Viagem a Júpiter por assistência gravitacional

- Cristina Ferreira
- André Silva
- Gonçalo Nazaré
- Joel Reis
- Renato Peneda
- Joana Marques
- Catarina Leite

Responsável: Prof. João Lopes dos Santos
Monitor: Aires Francisco

índice

O problema em estudo

- Pretendemos simular uma viagem de uma sonda a Júpiter (com e sem regresso), estudando a mecânica envolvida.

- O que sabemos?

$$\begin{cases} \vec{r}(0) & \text{(Posição inicial da sonda)} \\ \vec{v}(0) & \text{(Velocidade inicial da sonda)} \end{cases}$$

Parâmetros dos planetas (massa, etc.)

Mecânica Clássica

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

(2ª Lei de Newton)

$$\vec{F_g} = \frac{m\,M\,G}{r^2}\,\overrightarrow{e_r}$$

Lei da Gravitação Universal

O método de Euler

- Como determinar a posição da trajectória nos instantes seguintes?

1. Começamos por calcular a posição passado um pequeno intervalo de tempo...

$$x(\Delta t) \cong x(0) + v_x(0)\Delta t$$

$$y(\Delta t) \cong y(0) + v_y(0)\Delta t$$

Válido se $\Delta t \ll 1$ $\Rightarrow$ $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \cong \vec{v}$

2. Continuamos a calcular a posição, agora para o instante seguinte...

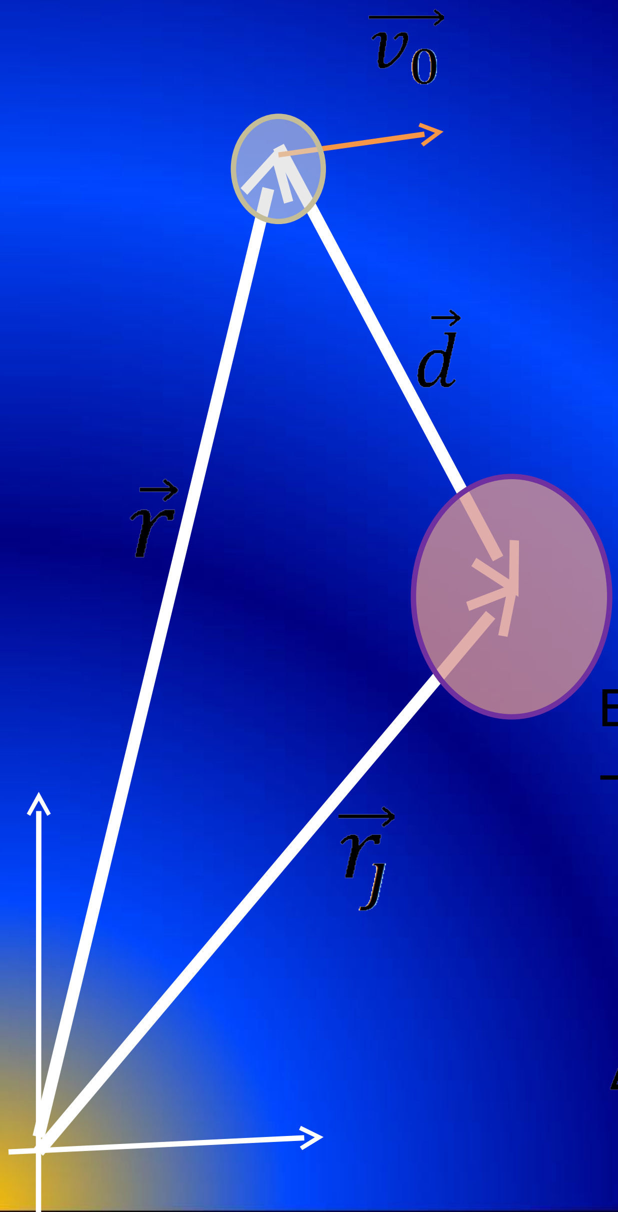
$$x(2\Delta t) \cong x(\Delta t) + \Delta t \, v_x(\Delta t) \quad ?$$

$$v_x(\Delta t) \cong v_x(0) + a_x(0)\,\Delta t$$

$$x(3\Delta t) \quad \ldots x(\mathrm{n}\,\Delta t)$$

- *Como calcular a aceleração?*

Nada que um pouco de geometria não resolva...



$$\vec{d} = \vec{r} - \overrightarrow{rj}$$

$$\vec{a} = \frac{M_J G}{|\vec{r} - \vec{r_J}|^3}(\vec{r} - \overrightarrow{r_J})$$

Agora se quisermos saber a influência do Sol, basta adicionar a sua contribuição... $\frac{M_S G}{|\vec{r}|^3}\vec{r}$

E a trajectória de Júpiter? Como calculamos?

→ Visto a sua massa ser muito grande, podemos desprezar a influência da sonda no seu movimento e fixá-lo como sendo uma órbita circular com determinado raio e período de rotação.

$$\Delta\vec{V} = \frac{m}{M}\Delta\vec{v} \approx \vec{0}$$ (Conservação momento linear)

Os dados da 'nossa' sonda:

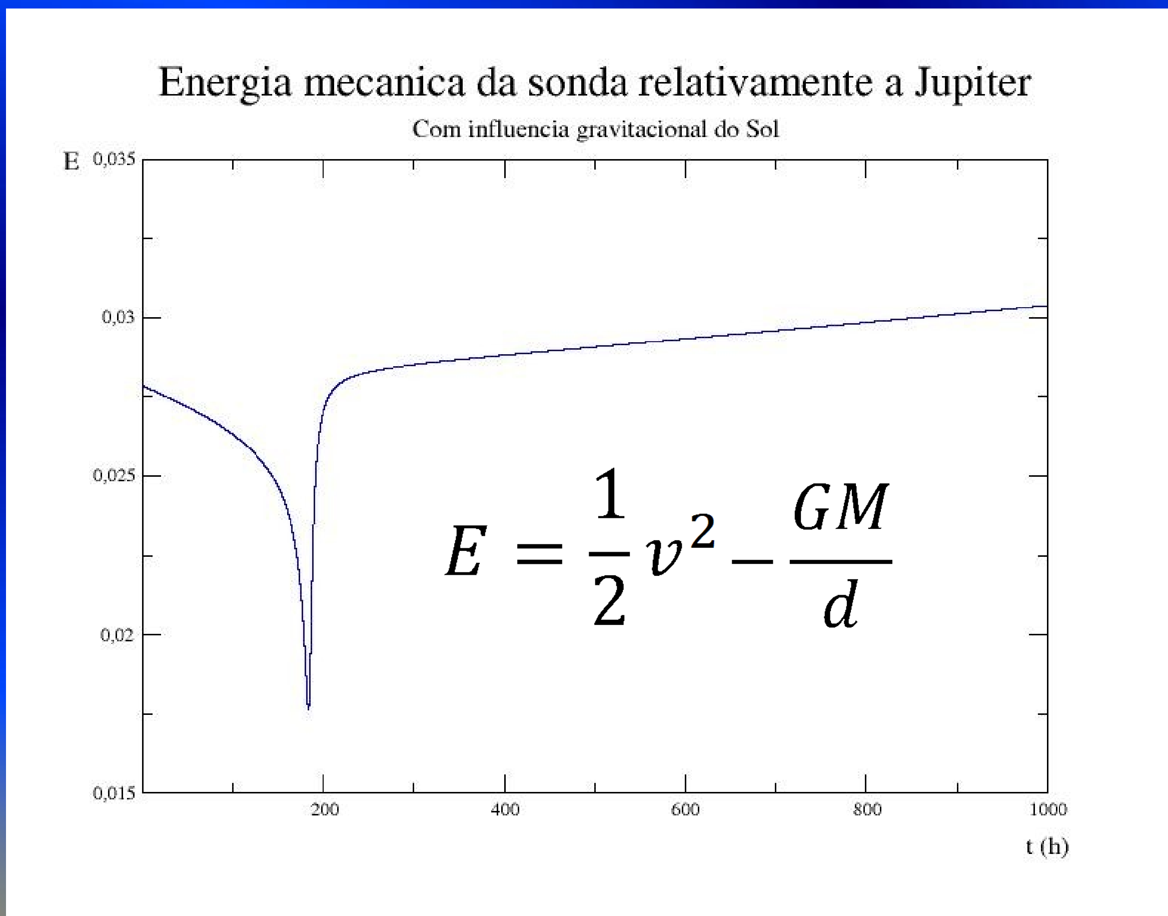
$$\vec{r}(0) = (10620,49)(UJ)$$

$$\vec{v}(0) = (0.2939,0.4045)(UJh^{-1})$$

Eis os nossos resultados...

Efeito slingshot ou assistência gravitacional!

$$v_{saída} > v_{entrada} \text{ !!}$$



$$E = \frac{1}{2}v^2 - \frac{GM}{d}$$

O que se sucede na zona de impacto?

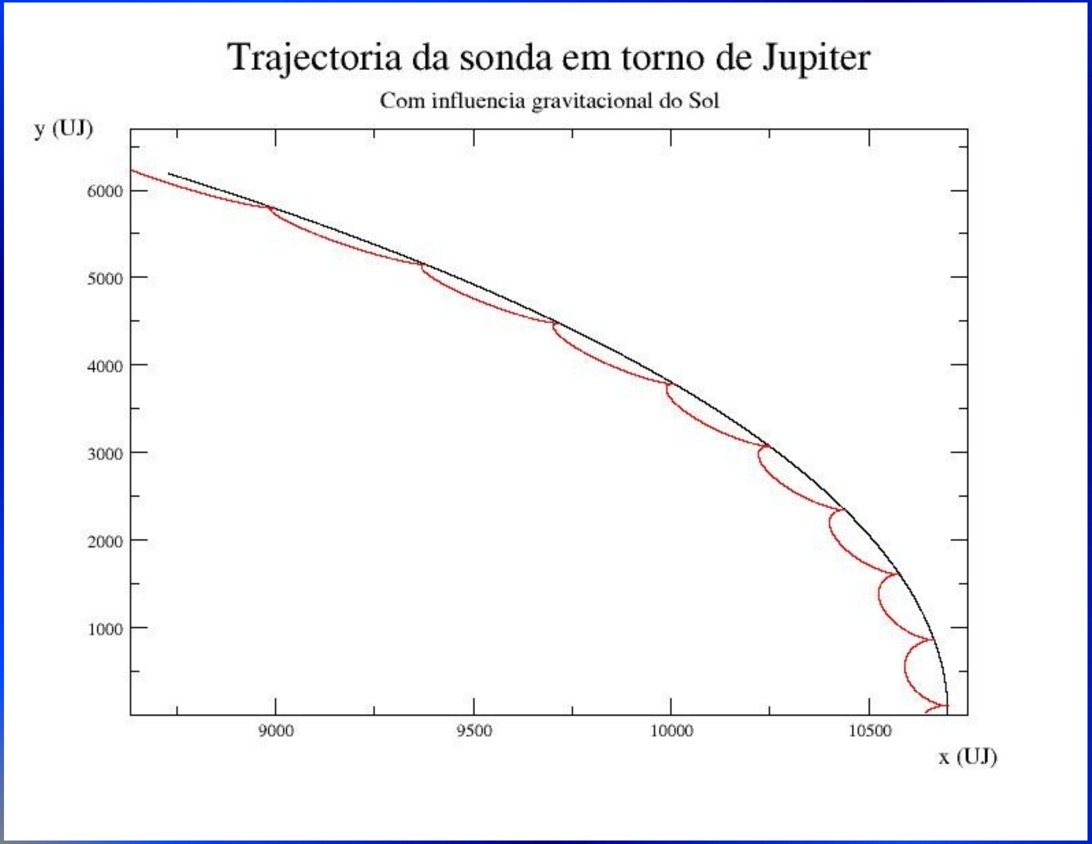
Vejamos o gráfico da energia mecânica para compreender melhor...

E se quisermos ficar ligados a Júpiter para observação do planeta?

$$\vec{r}(0) = (10642{,}35) \ (UJ)$$

$$\vec{v}(0) = (0.21{,}0.6) \quad (UJh^{-1})$$

Et voilà ...



Neste caso a energia mecânica é **negativa** quando calculada no referencial de Júpiter e **positiva** no referencial do Sol, o que significa que a sonda está efectivamente ligada a Júpiter.

Conclusões

- O problema de cálculo de órbitas de sondas com condições-iniciais arbitrárias foi resolvido usando as equações de Newton, o método de Euler e um computador para efectuar os cálculos.

- Em particular, estudamos a órbita da sonda com duas condições-inciais particulares. Uma das condições simulava a viagem da Sonda Voyager quando em 1979 foi acelerada por assistência gravitacional por Júpiter. A outra condição serviu para demonstrar que é possível determinar com precisão a entrada em órbita de uma sonda em torno de um planeta, ficando seu satélite artificial.

- A assistência gravitacional permite poupar combustível usando a energia do planeta como energia propulsora.

O código C (uma amostra)

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

FILE *tabela1;

#define Mt 5.9742E24
#define Max 1000
#define h 0.01

void euler(int i,double x[],double t);
double f(int i,double x[],double t);

int main()
{
  x[0]=10620.0;
  x[1]=49.0;
  x[2]=0.2939;
  x[3]=0.4045;

  for(t=0.0;t<=Max;t+=h){

  if(t!=0) euler(i,x,t);
  fprintf(tabela1,"%lf\t%lf\n",x[0],x[1]);}
```